

Matematická soutěž – 2023
I. kategorie - 1. ročník učebních oborů

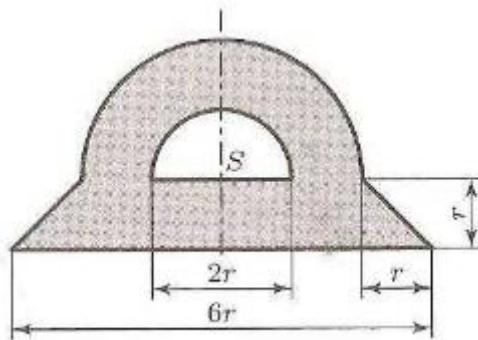
1. Vyřeš rovnici:

$$8 \cdot (x + 1) - 6 \cdot (x - 3) = 35 - 5 \cdot [-x - 3 \cdot (x - 3)]$$

2. Upravte a výsledek запиšte zlomkem v základním tvaru:

$$\frac{-\frac{7}{8} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) - 0,6 : \frac{3}{2}}{\left[-\frac{1}{4} - \left(-\frac{2}{5}\right)\right] \cdot (-2)} =$$

3. Akvárium má tvar kvádru o rozměrech dna 35 cm a 48 cm a je naplněno 45,36 litry vody do $\frac{3}{4}$ svojí výšky. Určete s přesností na dm^2 , kolik m^2 je potřeba k jeho výrobě (tloušťku stěn neuvažujte)
4. Počet odpracovaných dvou dělníků při stejné hodinové mzdě byl v poměru 5:7. Vypočítejte, kolik korun každý z nich dostal po 15 % srážce daně, jestliže hrubá mzda pro oba dohromady činila 69600,-- Kč.
5. Vypočítejte obsah a obvod vyšrafované části, pokud je $r = 8 \text{ cm}$.



Matematická soutěž – 2023

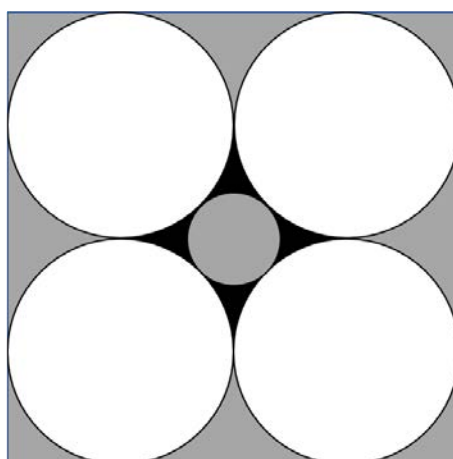
II. kategorie - 2. ročník učebních oborů

1. Radek, Robert a Richard nosili v sedmilitrových kbelících vodu. Radek nanosil třikrát více kbelíků než Robert a Richard nanosil o 50 % méně kbelíků než Radek. Robert s Richardem nanosili dohromady o 6 kbelíků méně než Radek. Kolik litrů vody donesl průměrně každý z nich?
2. Ve dvou krabicích, červené a modré, je stejné množství zelených kostek. Nejprve polovinu kostek z červené krabice přendáme do modré krabice. Potom dáme 50 % všech kostek z modré krabice do červené krabice a zároveň čtvrtinu kostek z červené krabice do modré krabice. V červené krabici bude na konci 54 kostek. Kolik je v obou krabicích kostek dohromady?
3. Hromadu kamení odváželo jedno velké nákladní auto a 3 malá nákladní auta. Polovinu hromady odvozovalo velké auto během 5 jízd. Jedno velké auto odveze za 4 jízdy to, co čtyři malá auta za 6 jízd. Malé nákladní auto uveze 5 tun kamení. Kolik tun kamení bylo na hromadě celkem?

4. Je dán výraz:

$$\left(\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}\right) \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) =$$

- a. Stanovte podmínky existence výrazu.
 - b. Zjednodušte výraz.
 - c. Určete hodnotu výrazu pro $a = 7$; $b = -4$
5. Ozdobná kachlička má tvar čtverce a délku strany 100 mm. Je barvená bílou, černou a šedou barvou. Vzor je tvořený čtyřmi shodnými bílými kruhy, které se dotýkají stran čtverce a sousedních kruhů tak, jak je znázorněno na obrázku. Vnitřní malý šedý kruh se dotýká všech čtyř velkých kruhů. Vypočtěte obsah šedé plochy v cm^2 zaokrouhlený na desetiny.



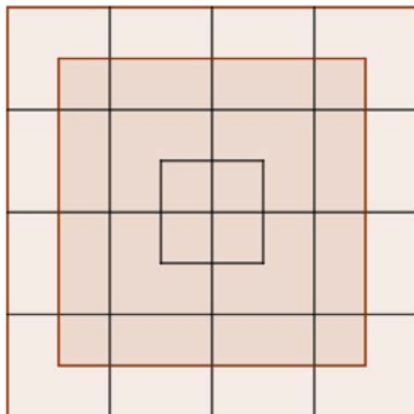
Matematická soutěž – 2023
III. kategorie - 3. ročník učebních oborů

1. Divadlo nabízí pro každé představení celkem 220 vstupenek po 300 korunách a 80 vstupenek po 500 korunách. Během deseti představení bylo šestkrát zcela vyprodáno a čtyřikrát se neprodala polovina dražších lístků. Jaká je průměrná tržba na jedno představení?
2. Dno bazénu, který má tvar hranolu s obdélníkovou podstavou, má obsah 375 m^2 . Šířka bazénu je 60 % jeho délky. Určete rozměry dna bazénu. Kolik litrů vody je v bazénu, je-li hloubka bazénu 1,5 m a voda sahá 15 cm pod okraj?
3. Obec Sudy a Trhy mají být propojeny silnicí. Obě dvě obce jsou vidět z obce Rohy pod úhlem 40° , Rohy a Trhy jsou propojeny přímou cestou 2 kilometry dlouhou. Z Trhů vidíme Rohy a Sudy pod úhlem 65° . Jak dlouhá bude přímá cesta ze Sudů do Trhů? Určete s přesností na desítky metrů.
4. Je dána soustava rovnic
$$\begin{aligned}x - y &= 2 \\ x + 3y - 6 &= 0\end{aligned}$$
 - a. Řešte ji početně.
 - b. Vypočtete souřadnice průsečíků přímky $x - y = 2$ s osami souřadnic.
 - c. Řešte graficky.
5. Ve dvou nádobách je voda. Přelijeme-li z první nádoby do druhé 6 litrů, bude v obou stejně. Přelijeme-li z druhé do první 4 litry, bude v první dvakrát tolik jako ve druhé. Kolik vody je v každé nádobě?

Matematická soutěž – 2023

IV. kategorie - 1. ročník maturitních oborů

1. Řešte rovnici v R : $2^{-1} \cdot \{3^{-1} \cdot [4^{-1} \cdot (5^{-1}x - 1) - 2] - 3\} - 4 = 1$
2. Kolik čtverců různé velikosti je na obrázku?



3. Pět dlaždičů mělo vydláždit $1\,440\text{ m}^2$ náměstí. Jeden z nich onemocněl. Zbývajících zjistili, že jestliže každý ze zbývajících dlaždičů svůj denní výkon zvýší o 6 m^2 , budou hotovi za tutéž dobu, jak se původně uvažovalo. Jaký byl nový denní výkon každého z nich a kolik dní práce trvala?
4. Kočka seděla na zdi 4 lokty vysoké. Zpozorovala myš ve vzdálenosti 8 loktů od paty zdi, v níž je díra. Kočka skočila tak, že proletěla stejně velkou dráhu, jakou přeběhla myš směrem k díře, a myš chytila. Určete velikost dráhy, kterou proletěla kočka.
5. Kupec měl určitý peněžitý obnos. V prvním roce utratil 100 zlatých, ke zbytku pak přidal jeho třetinu. V dalším roce utratil opět 100 zlatých a zbytek opět zvětšil o jeho třetinu. Ve třetím roce utratil znovu 100 zlatých a když ke zbytku přidal zase jeho třetinu, měl právě dvakrát tolik, co na počátku. Kolik činila původní peněžitá částka kupce?

Matematická soutěž – 2023
V. kategorie - 2. ročník maturitních oborů

1. Před třídou stojí žáci. Všichni, až na jednoho, vejdou do třídy. Počet těch, kteří odešli do třídy zjistíme tak, že od jedné pětiny všech žáků odečteme 3 a umocníme na druhou. Kolik bylo studentů celkem před třídou, pokud se do třídy vejde maximálně 30 žáků?
2. Maminka má záhon ve tvaru obdélníku se stranami 6,9 m a 8,5 m a přeje si ho rozdělit pomocí dvou stejně širokých cestiček na čtyři (ne nutně stejně velké) záhony ve tvaru obdélníku. Syn Pavel slíbil obě cestičky vytvořit, ale zapomněl, jakou mají mít šířku. Pamatoval si pouze, že maminka přijde o 6 m² záhonu. Jaká je šířka cestiček?
3. Studenti Milan a Karel mají v přípravě na zkoušku prostudovat celkem 480 stránek. Milan chce každý den přečíst stejný počet stránek, Karel také, ale protože půjde ke zkoušce o pět dní dříve než Milan, musí jich denně přečíst o šestnáct více. Určete, kolik dní zabere příprava ke zkoušce každému z nich.
4. Vyřešte nerovnici:
$$\frac{(x^2 - 16)(x - 1)}{6x^3 - 12x^2 + 6x} \leq 0$$
5. Je dána kvadratická funkce $y = -4x^2 - 8x + 12$
 - a. Určete souřadnice vrcholu paraboly.
 - b. Určete souřadnice průsečíků grafu funkce se souřadnicovými osami.
 - c. Načrtněte graf funkce $y = |-4x^2 - 8x + 12|$

Matematická soutěž – 2023
VI. kategorie - 3. ročník maturitních oborů

1. Z krajních bodů svahu dlouhého 178 m se sklonem k vodorovné rovině o úhel $17^{\circ}15'$ je vidět vrchol protější hory v téže vertikální rovině ve $42^{\circ}40'$ a $51^{\circ}55'$. Jak je hora vysoká?
2. Do rotačního komolého kužele je vepsána koule, která se dotýká obou podstav a pláště podél kružnice. Určete objem a povrch kužele, jsou-li dány poloměry podstav komolého kužele 6 cm a 24 cm.
3. Řešte soustavu exponenciálních rovnic (při řešení uvažujte vhodnou substituci):

$$\begin{aligned}\sqrt[y]{4^x} &= 32 \cdot \sqrt[x]{8^y} \\ \sqrt[y]{3^x} &= 3 \cdot \sqrt[y]{9^{1-y}}\end{aligned}$$

4. Jsou dány dvě kružnice $k_1 = (S_1; 16 \text{ cm})$; $k_2 = (S_2; 6 \text{ cm})$. Vzdálenost středů $|S_1 S_2| = 30 \text{ cm}$. Vypočtěte vzdálenost průsečíků vnějších tečen obou kružnic od bodu S_1 .
5. Ve městě každoročně přibývá průměrně 4,9 % obyvatel. Za jak dlouho lze očekávat, že se počet obyvatel zvětší o dvě pětiny?

Matematická soutěž – 2022
VII. kategorie - 4. ročník maturitních oborů

1. Součet dvojnásobku druhého členu a trojnásobku pátého členu aritmetické posloupnosti je roven dvěma. Rozdíl šestého členu a čtyřnásobku druhého členu je roven dvaceti sedmi. Určete první člen posloupnosti a její diferenci.

2. Vyjádřete:

a) v algebraickém tvaru komplexní číslo $z = 3 \left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right)$

b) v goniometrickém tvaru komplexní číslo $(1 + i)^n$, kde $n \in \mathbb{N}$

3. Malá kamenná pyramida má tvar pravidelného čtyřbokého jehlanu. Délka základny je 2,4 m, odchylka stěny od podstavy je $22^\circ 40'$. Určete hmotnost pyramidy, jestliže hustota kamene je $2\,800 \text{ kg/m}^3$.

4. Jsou dány vektory $\vec{a} = (2; 3; -1)$; $\vec{b} = (1; -2; 3)$; $\vec{c} = (2; -1; 1)$.

Určete souřadnice vektoru $\vec{x}$, platí-li: $\vec{x} \perp \vec{a} \wedge \vec{x} \perp \vec{b} \wedge \vec{x} \cdot \vec{c} = -6$

5. Doplňte KAKURO – japonský hlavolam.

Rébus sestává z několika sad bílých políček, které tvoří buď řady nebo sloupce. K vyřešení rébusu je zapotřebí vyplnit bílá políčka čísly, a sice za dodržení následujících pravidel:

1. Můžeš používat pouze čísla od 1 do 9.
2. Součet číslic každé sady, tj. řady či sloupce, musí odpovídat cílovému číslu (malému číslu na levé straně řady nebo nad sloupcem).
3. V každé sadě se smí každá z devíti číslic objevit pouze jednou.

	11	16			14	17	16
16				23 21			
8			29 13				
	7				4	17	
	22						
	4	3	7 11				16
17					17		
7					10		